|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH YÊN BÁI**  **ĐỀ 1** | **KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC**  **NĂM HỌC 2023 - 2024**  Môn thi: **Toán Chuyên**  Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*  Khóa thi ngày: **02/6/2023** |
| *(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)* |
|  |

**Câu 1.** *(1,5 điểm)*

Cho biểu thức .

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức .

b) Tìm tất cả các giá trị của  để .

**Câu 2.** *(3,0 điểm)*

1. Trong mặt phẳng tọa độ , cho parabol  và đường thẳng . Tìm tất cả các giá trị của tham số  để  cắt  tại hai điểm phân biệt lần lượt có hoành độ  thỏa mãn .

2. Giải phương trình .

3. Giải hệ phương trình .

**Câu 3.** *(3,5 điểm)*

Cho tam giác  nhọn nội tiếp đường tròn tâm , các đường cao  (). Tiếp tuyến tại  của đường tròn  cắt  tại ,  cắt  tại  khác ,  cắt  tại .

a) Chứng minh rằng .

b) Chứng minh rằng  cân, tứ giác  nội tiếp.

c) Chứng minh rằng .

d) Gọi  là giao điểm của  và đường tròn . Chứng minh rằng  thẳng hàng.

**Câu 4.** *(1,0 điểm)*

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình 

2. Cho hai số tự nhiên  thỏa mãn  Chứng minh rằng  là số chính phương.

**Câu 5.** *(1,0 điểm)*

1. Cho các số thực dương  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức



2.Cho một đa giác đều có 23 đỉnh. Tô màu các đỉnh của đa giác bằng một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh rằng luôn tồn tại ba đỉnh của đa giác được tô cùng màu và tạo thành một tam giác cân.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Hết \_\_\_\_\_\_\_\_\_

*Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ tên thí sinh: ............................................................................. Số báo danh: ………….

Cán bộ coi thi thứ nhất: ………………………………………… Kí tên: ………………...

Cán bộ coi thi thứ hai: ..………………………………………… Kí tên: ………………...

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH YÊN BÁI**  **HDC ĐỀ 1** | **KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC**  **NĂM HỌC 2023 - 2024**  Môn thi: **Toán (Chuyên)**  Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*  Khóa thi ngày: **02/6/2024** |
|  |
|  |

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
| **1** | Cho biểu thức .  a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức .  b) Tìm tất cả các giá trị của  để . | **1,5** |
|  | a) ĐKXĐ: | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| . Vậy  với  và . | 0,25 |
| b) | 0,25 |
| Vậy với  thì . | 0,25 |
| **2** | 1. Trong mặt phẳng tọa độ , Cho parabol  và đường thẳng . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để  cắt  tại hai điểm phân biệt lần lượt có hoành độ  thỏa mãn .  2. Giải phương trình  3. Giải hệ phương trình . | **3,0** |
| **2.1** | 1. Trong mặt phẳng tọa độ , Cho parabol  và đường thẳng . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để  cắt  tại hai điểm phân biệt lần lượt có hoành độ  thỏa mãn . | **1,0** |
|  | Xét phương trình hoành độ giao điểm .  Ta có . Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  . |  |
| Theo định lý Vi-et ta được |  |
| Từ giả thiết  và  ta được |  |
| Thay vào (2) ta có  (thoả mãn),  (không thoả mãn). |  |
| **2.2** | 2. Giải phương trình | **1,0** |
|  | Ta có |  |
|  |  |
|  |  |
| Vậy nghiệm của phương trình là |  |
| **2.3** | 3. Giải hệ phương trình . | **1,0** |
|  | Ta có |  |
| Đặt  và . Hệ phương trình trở thành  Suy ra  là hai nghiệm của phương trình |  |
| Ta được  (I) hoặc  (II)  Giải (I)  Ta có: |  |
| Giải (II)  Ta có:  Vậy các nghiệm của hệ là . |  |
| **3** | Cho tam giác  nhọn nội tiếp đường tròn tâm . Các đường cao cắt nhau tại . Tiếp tuyến tại  của đường tròn  cắt  tại ,  cắt tại  (khác ),  cắt  tại .  a) Chứng minh rằng .  b) Chứng minh rằng  cân, tứ giác  nội tiếp.  c) Chứng minh rằng .  d) Gọi  là giao điểm của  và đường tròn . Chứng minh rằng  thẳng hàng. | **3,5** |
| **3a** |  |  |
| Ta có  nên tứ giác  nội tiếp suy ra  (góc ngoài của tứ giác nội tiếp bằng góc trong không kề với nó). | 0,25 |
| Lại có sđ nên sđ. | 0,25 |
| Theo giả thiết  là tiếp tuyến nên sđ.  Từ đó suy ra . Hai góc này ở vị trí so le trong nên . | 0,25 |
| **3b** | Theo giả thiết  nên tứ giác  nội tiếp suy ra (góc ngoài của tứ giác nội tiếp bằng góc trong không kề với nó). | 0,25 |
| Theo chứng minh trên  (đối đỉnh).  Từ đó ta có  nên  cân tại . | 0,25 |
| Theo chứng minh trên  (đối đỉnh).  Từ đó ta có  nên  cân tại . | 0,25 |
| Theo chứng minh trên  suy ra  nên tứ giác  nội tiếp. | 0,25 |
| **3c** | Ta thấy tứ giác  nội tiếp nên .  Vì tứ giác  nội tiếp nên | 0,25 |
| (cùng chắn cung  của ). Suy ra  nên tứ giác  nội tiếp. | 0,25 |
| Ta có  Mặt khác  là tiếp tuyến của  nên .  Từ đó ta có . | 0,25 |
| **3d** | Ta có  suy ra  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác  nên | 0,25 |
| Lại có  (vì  nội tiếp) | 0,25 |
| .  Từ đó suy ra  nên  thẳng hàng. | 0,5 |
| **4** | 1. Giải phương trình nghiệm nguyên:  2. Cho hai số tự nhiên  thỏa mãn  Chứng minh rằng  là số chính phương. | **1,0** |
|  | 1. Giải phương trình nghiệm nguyên: | **0,5** |
|  | Ta có | 0,25 |
| \* (không thoả mãn)  \* (nhận)  \*(nhận)  \* (không thoả mãn)  Vậy phương trình có các nghiệm nguyên là . | 0,25 |
| **4.2** | 2. Cho hai số tự nhiên  thỏa mãn  Chứng minh rằng  là số chính phương. | **0,5** |
|  | Ta có  Gọi  với  Suy ra | 0,25 |
|  | Vì  mà  nên  Do đó  Từ (\*) ta được  và  là số chính phương. Vậy  là số chính phương. | 0,25 |
| **5.1** | 1. Cho các số dương  thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức | **0,5** |
|  | \* Ta có | 0,25 |
|  | Áp dụng BĐT quen thuộc  Vậy . | 0,25 |
| **5.2** | 2.Cho một đa giác đều có 23 đỉnh. Tô màu các đỉnh của đa giác bằng một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh rằng luôn chọn ra được ba đỉnh của đa giác được tô cùng màu và tạo thành một tam giác cân. | **0,5** |
|  | Ta có đa giác có 23 đỉnh, do đó phải tồn tại 2 đỉnh kề nhau là  và  được tô cùng màu (Theo nguyên lý Đirichlet), giả sử  và  cùng được tô màu xanh.  Vì đa giác đã cho là đa giác đều có số đỉnh lẻ nên phải tồn tại một đỉnh nào đó nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng . Giả sử đỉnh đó là . | 0,25 |
| Nếu  tô màu xanh thì ta có tam giác  là tam giác cân có ba đỉnh  được tô cùng màu  Nếu  tô màu đỏ, lúc đó gọi  và  là các đỉnh khác nhau của đa giác kề với  và .  Nếu cả hai đỉnh  và  được tô màu đỏ thì tam giác  cân và có ba đỉnh cùng màu đỏ  Nếu ngược lại, một trong hai đỉnh  và  được tô màu xanh thì tam giác  hoặc tam giác  là tam giác cân có ba đỉnh cùng màu xanh.  Vậy trong mọi trường hợp luôn chọn ra được ba đỉnh của đa giác được đánh dấu giống nhau và tạo thành một tam giác cân. | 0,25 |

**Lưu ý.**

- HDC chỉ mang tính chất tham khảo. Nếu thí sinh có lời giải đúng nhưng khác HDC, giám khảo vẫn cho điểm tối đa.

- Câu 3 có nhiều ý liên quan tới nhau. Trường hợp thí sinh chưa chứng minh được ý trước nhưng lại dùng kết quả ý trước để chứng minh ý sau, nếu lời giải đúng thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.

- Câu 3 nếu thí sinh có lời giải đúng nhưng hình vẽ sai thì giám khảo cho tối đa 50% số điểm.