CHUYÊN ĐỀ: VECTƠ VÀ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

**MỤC LỤC**

[A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT 1](#_Toc195514254)

[**I. VECTƠ** 1](#_Toc195514255)

[**II. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN** 2](#_Toc195514256)

[**B. MỘT SỐ VÍ DỤ** 5](#_Toc195514257)

[**Dạng 1: Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** 5](#_Toc195514258)

[**Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.** 5](#_Toc195514259)

[**Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng sai** 5](#_Toc195514260)

[*Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.* 5](#_Toc195514261)

[**⮲Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn** 7](#_Toc195514262)

[C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP 7](#_Toc195514263)

[**⮲Dạng 1: Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn** 7](#_Toc195514264)

[Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án. 7](#_Toc195514265)

[**⮲Dạng 2: Trắc nghiệm đúng -sai** 10](#_Toc195514266)

[Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai. 10](#_Toc195514267)

[**⮲Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn** 14](#_Toc195514268)

# A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

## **I. VECTƠ**

**1. Vectơ và các phép toán vectơ**

*a) Các khái niệm*

• Vectơ là một đoạn thẳng có hướng.

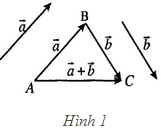
• Giá của vectơ là đường thẳng đi qua hai đầu mút của vectơ; độ dài của vectơ là khoảng cách giữa hai đầu mút của vectơ; hai vectơ cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau; hai vectơ bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài; vectơ-không (kí hiệu ) là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau; hai vectơ đối nhau nếu chúng ngược hướng và cùng độ dài.

*b) Các phép toán vectơ trong không gian*

• Tổng và hiệu của hai vectơ:

Cho hai vectơ .

- Lấy một điểm  tuỳ ý, vẽ . Vectơ  được gọi là tổng của hai vectơ  , kí hiệu là  (Hình .



- Hiệu của vectơ  và vectơ  là tổng của vectơ  và vectơ đối của vectơ , kí hiệu là .

***Chú ý***

- Nếu  là hình bình hành thì  (Quy tắc hình bình hành).

- Nếu  là hình hộp thì  (Quy tắc hình hộp).

- Với ba điểm  trong không gian, ta có:  (Quy tắc hiệu).

• Tích của một số với một vectơ:

Cho số thực  và vectơ . Tích của số  với vectơ  là một vectơ, kí hiệu là , được xác định như sau:

- Cùng hướng với vectơ  nếu , ngược hướng với vectơ  nếu ;

- Có độ dài bằng .

**Chú ý:**

- Ta có  khi và chỉ khi  hoặc .

- Với hai vectơ bất kì  và hai số thực , ta có:

; 

.

- Hai vectơ  khác  là cùng phương khi và chỉ khi có một số thực  sao cho .

- Nếu  là trung điểm của đoạn thẳng  thì .

- Nếu  là trọng tâm của tam giác  thì .

- Điều kiện cần và đủ để ba điểm  thẳng hàng là có số thực  sao cho .

• Tích vô hướng của hai vectơ:

Cho hai vectơ  khác . Tích vô hướng của hai vectơ  và , kí hiệu , là một số thực được xác định bởi công thức: , ở đó là góc giữa hai vectơ .

***Chú ý***: Với các vectơ bất kì  và số thực  tuỳ ý, ta có:







, trong đó . Ngoài ra, .

## **II. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

Xét không gian với hệ trục tọa độ .

**1. Toạ độ của vectơ**

• ;

• Toạ độ của một vectơ  là toạ độ của điểm , trong đó  là điểm sao cho .

• Nếu  thì . Ngược lại, nếu  thì .

• Với  và , ta có: .

• Cho hai điểm  và . Khi đó, ta có:

.

**2. Biểu thức tọa độ của phép toán vec tơ.**

• Cho hai vec tơ  và . Khi đó:

 ;

;

 với ;

 ;



**Chú ý**

- Hai vectơ  và () cùng phương khi và chỉ khi có một số thực 

sao cho 

- Nếu  thì 

- Nếu  và  thì  .

- Với hai vectơ  và khác vectơ  ta có

- Cho hai điểm  và . Nếu là trung điểm của đoạn thẳng AB thì  ; ; .

- Cho tam giác  có , ,. Nếu  là trọng tâm tam giác thì: ; ; .

**3. Phương trình mặt phẳng**

*a) Vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng*

• Nếu vectơ  khác  và có giá vuông góc với mặt phẳng  thì  được gọi là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

• Hai vectơ không cùng phương có giá song song hoặc thuộc mặt phẳng  được gọi là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng .

***Chú ý:*** Nếu hai vectơ  , là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳngthì  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng .

*b) Phương trình mặt phẳng*

• Mặt phẳngđi qua điểm và nhận làm vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là:  với .

• Mặt phẳng đi qua ba điểm với  có phương trình chính tắc là: .

*c) Điều kiện song song và vuông góc của hai mặt phẳng*

Cho hai mặt phẳng lần lượt có phương trình tổng quát là:

; .

Gọi  ,  lần lượt là vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng .

•  Tồn tại số thực sao cho .

• .

*d) Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng*

Khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng: được tính theo công thức: .

**4. Phương trình đường thẳng**

*a) Vectơ chỉ phương của đường thẳng*

Nếu vectơ  khác  và có giá song song hoặc trùng với đường thẳng  thì  được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng .

*b) Phương trình đường thẳng*

• Hệ phương trình , trong đó  không đồng thời bằng 0,  là tham số, được gọi là phương trình tham số của đường thẳng  đi qua  và có vectơ chỉ phương .

• Đường thẳng đi qua  và có vectơ chỉ phương ( với ) thì có phương trình chính tắc là .

*c) Vị trí tương đối của hai đường thẳng*

Cho hai đường thẳng phân biệt  lần lượt đi qua các điểm  và tương ứng có  là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

• 

•  cắt 

•  và  chéo nhau 

**5. Phương trình mặt cầu**

• Phương trình mặt cầu tâm  bán kính  là: 

• Phương trình  xác định một mặt cầu khi và chỉ khi . Ngoài ra, nếu  thì phương trình đó xác định mặt cầu tâm  và bán kính .

**6. Góc**

*a) Cosin của góc giữa hai đường thẳng*

Cho hai đường thẳng  và  có vectơ chỉ phương lần lượt là . Khi đó, ta có: .

***Nhận xét:*** .

*b) Sin của góc giữa đường thẳng và mặt phẳng*

Cho đường thẳng  có vectơ chỉ phương và mặt phẳng  có vectơ pháp tuyến . Khi đó, ta có:

.

*c) Cosin của góc giữa hai mặt phẳng*

Cho hai mặt phẳng  và  có vectơ pháp tuyến lần lượt là . Khi đó, ta có:

.

**B. MỘT SỐ VÍ DỤ**

**Dạng 1: Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

**Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.**

***Ví dụ 1.*** Cho hai vectơ  có và  . Khi đó,  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có: .Chọn **A.**

***Ví dụ 2.*** Trong không gian , mặt cầu  có bán kính bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

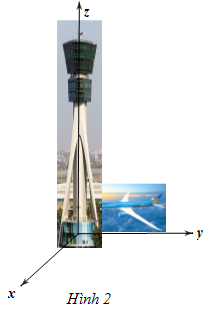
**Lời giải**

Bán kính mặt cầu  bằng .Chọn **C.**

**Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng sai**

### *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.*

***Ví dụ 3.*** Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng ra đa có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục toạ độ có gốc  trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng  trùng với mặt đất sao cho trục  hướng về phía tây, trục  hướng về phía nam, trục  hướng thẳng đứng lên phía trên *(Hình 2)* (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí  cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu

a) Ra đa ở vị trí có toạ độ 

b) Vị trí  có toạ độ 

c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí 

**Lời giải**

Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có toạ độ ; điểm 

Vậy khoảng cách từ máy bay đến ra đa là:

 (km).

Vì  nên ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí *.*

Đáp án: a) **S**, b) **S**,c) **Đ**, d) **S**

***Ví dụ 4.*** Trong không gian  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

a) Phương trình mặt cầu  để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phù sóng trong không gian là .

b) Điểm  nằm ngoài mặt cầu .

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ  thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ  thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

**Lời giải**

Phương trình mặt cầu  tâm  bán kính 3 km mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là .

Ta có:  nên điểm  nằm trong mặt cầu. Vì điểm  nằm trong mặt cầu nên người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ  có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

Ta có:  nên điểm  nằm ngoài mặt cầu. Vậy người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ  không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

Đáp án: **S**,**S**,**Đ**, **Đ**

**⮲Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

***Ví dụ 5.*** Trong không gian *,* cho tam giác  có  và

. Tính *.*

**Lời giải**

Ta có: . Suy ra





# C. BÀI TẬP LUYỆN TẬP

## **⮲Dạng 1: Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

### Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1. [MĐ2]** Cho tứ diện. Lấylà trọng tâm của tam giác. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tính chất trọng tâm: .

Câu B chỉ đúng khi  là tâm tứ diện .

**Câu 2. [MĐ2]** Trong không gian, cho điểmthỏa mãn .Tọa độ của điểmlà

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn B**

Với



Khi đó .

**Câu 3. [MĐ2]** Trong không gian, cho hai vectơ . Tọa độ của vectơ  là:

**A.** . **B. **. **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

.

**Câu 4. [MĐ2]** Trong không gian, cho vectơ . Tọa độ của vectơ  là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

.

**Câu 5. [MĐ2]** Trong không gian , cho tam giác  có  và . Trọng tâm của tam giác  có tọa độ là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi là trọng tâm tam giác, khi đó:

.

**Câu 6. [MĐ2]** Trong không gian , tích vô hướng của hai vectơ  và  bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: .

**Câu 7. [MĐ2]** Trong không gian , khoảng cách giữa hai điểm  và  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Khoảng cách giữa hai điểm và  là độ dài đoạn thẳng .

Ta có:

.

**Câu 8. [MĐ2]** Trong không gian , cho hai vectơ  và . Tọa độ của vectơ  là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:



.

**Câu 9.** **[MĐ1]** Cho hình hộp chữ nhật  Cặp vectơ nào sau đây là cặp vectơ chỉ phương của mặt phắng ?

**A.**  và . **B.**  và. **C.**  và  **D.**  và 

**Lời giải**

**Chọn D**

có giá nắm trên  (1)

có giá song song với  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  và  là cặp vectơ chỉ phương của mặt phắng .

**Câu 10.** **[MĐ1]** Trong không gian , vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng có 1 VTPT là .

**Câu 11.** **[MĐ1]** Trong không gian , mặt phẳng đi qua điểm  nhận ,  lả căp vectơ chỉ phương có phương trình tồng quát là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: là 1 VTPT của mp cần tìm nên chỉ có phương án D thỏa mãn.

**Câu 12.** **[MĐ2]** Trong kho̊ng gian, mặt phẳng cắt ba trục toa độ tại ba điểm ,  có phương trình chính tắc là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình mặt chắn là: .

**Câu 13.** **[MĐ1]** Trong không gian , đường thẳng đi qua điểm  và nhận  là vecto chi phương có phương trinh tham số là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 14.** **[MĐ1]** Trong không gian , vectơ nào sau đây là vectơ chi phương cùa đường thằng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đường thẳng  có một VTCP là 

**Câu 15. [MĐ1]** Trong không gian , mặt cầu tâm  và đường kính bằng 10 có phương trình là:

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn B**

Do mặt cầu có đường kính bằng 10 nên bán kính bằng 5.

Phương trình mặt cầu tâm  và đường kính bằng 10 có phương trình là: .

**Câu 16. [MĐ1]** Trong không gian , điểm nào sau đây thuộc mặt cầu  ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt cầu  ta thấy tọa độ điểm  thỏa mãn.

## **⮲Dạng 2: Trắc nghiệm đúng -sai**

### Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu** **17.** Cho hình chóp tứ giác đều  có độ dài tất cả các cạnh đều bằng *.*

a) Tứ giác  là hình vuông.

b) Tam giác  cân tại .

c) .

d) .

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ý | a) | b) | c) | d) |
| Kết quả | Đ | Đ | S | Đ |

A triangle with lines and letters

Description automatically generated

a) Do  là hình chóp đều nên  là hình vuông. Suy ra a) đúng.

b) Do  là hình chóp đều tất cả các cạnh bằng   . Suy ra b) đúng.

c) Do tứ giác  là hình vuông có độ dài cạnh bằng  nên độ dài đường chéo *.*

Tam giác  có  và  nên tam giác  vuông cân tại *,* suy ra *.*

Vậy . Suy ra c) sai.

d) Ta có . Suy ra d) đúng.

**Câu 18.** Trong không gian , cho các điểm *.*

a)  .

b) .

c) .

d) Ba điểm  không thẳng hàng.

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ý | a) | b) | c) | d) |
| Kết quả | Đ | S | S | Đ |

a) Ta có  . Suy ra a) đúng.

b) Ta có . Suy ra b) sai.

c) Do  . Suy ra c) sai.*.*

d) Ta có,  không cùng phương. Suy ra ba điểm  không thẳng hàng. Suy ra d) đúng.

**Câu 19.** Trong không gian , cho hình bình hành  có  và *.*

a)  .

b) .

c) .

d) Tọa độ điểm  là .

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ý | a) | b) | c) | d) |
| Kết quả | Đ | Đ | Đ | S |

a) Ta có  . Suy ra a) đúng.

b) Ta có  . Suy ra b) đúng.

c) Do hình bình hành  có  . Suy ra c) đúng*.*

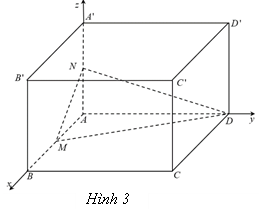
d) Do hình bình hành  có  .

Mà  ; 

.

Vậy  . Suy ra d) sai.

**Câu 20.** Trong không gian , cho hình lập phương  có , , , . Gọi lần lượt là trung điểm của  và  (*Hình 3*).



a) Toạ độ của điểm  là .

b) Toạ độ của điểm  là .

c) Phương trình mặt phẳng  là .

d) Khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  bằng .

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ý | a) | b) | c) | d) |
| Kết quả | Đ | S | Đ | Đ |

a) Do , và  là trung điểm của  nên . Suy ra a) Đúng

b) Do , và  là trung điểm của  nên . Suy ra b) Sai.

c) Do ,, . Phương trình mặt phẳng  là

 ( phương trình đoạn chắn ). Suy ra c) Đúng

d) Ta có: Phương trình mặt phẳng  là

. Mà điểm  từ đó ta có:

. Suy ra d) Đúng

**Câu 21.** Trong không gian , cho hai mặt phẳng . Xét các véc tơ , .

a)  là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng .

b)  không là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng .

c)  .

d) Góc giữa hai mặt phẳng  bằng .

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ý | a) | b) | c) | d) |
| Kết quả | Đ | S | Đ | D |

a) Do  nên  là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng . Suy ra a) Đúng.

b) Do  nên  là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng . Suy ra b) Sai.

c) . Suy ra c) Đúng.

d) 



Suy ra d) Sai

**Câu 22.** Trong không gian , cho đường thẳng  và mặt phẳng . Xét các vectơ , .

a)  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng .

b)  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng .

c) .

d) Góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng khoảng  (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ý | a) | b) | c) | d) |
| Kết quả | Đ | Đ | S | Đ |

a) Do  nên  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng . Suy ra a) Đúng.

b) Do  nên  là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng . Suy ra b) Đúng.

c) Ta có 

. Suy ra c) Sai

d) Từ ý c) suy ra . Suy ra d) Đúng.

**Câu 23.** Trong không gian , cho hai đường thẳng



Xét các vectơ  và .

a) Đường thẳng  đi qua điểm  và có  là một vectơ chỉ phương.

b) Đường thẳng  đi qua điểm  và có  là một vectơ chỉ phương.

c) .

d) hai đường thẳng  và  chéo nhau.

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ý | a) | b) | c) | d) |
| Kết quả | Đ | Đ | S | Đ |

a) Do  Nên  đi qua điểm  và có  là một vectơ chỉ phương. Suy ra a) Đúng.

b) Do  Nên  đi qua điểm  và có  là một vectơ chỉ phương. Suy ra b) Đúng.

c) Do . Suy ra c) Sai.

d)  suy ra hai đường thẳng  và  không chéo nhau. Suy ra d) Sai.

**Câu 24.** Trong không gian ( đơn vị trên mỗi trục tính theo mét ), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí . Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là .

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là:



b) Nếu người đi biển ở vị trí  thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí  thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

d Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá .

**Lời giải**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ý | a) | b) | c) | d) |
| Kết quả | Đ | S | S | Đ |

a) Do phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là:  suy ra đúng.

b) Do ta có:  nên người đi biển ở vị trí  có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng suy ra sai.

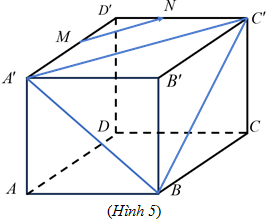
c) Do ta có:  nên người đi biển ở vị trí  không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng suy ra sai.

d) Do đường kính của mặt cầu trên bằng  hay  nên hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá suy ra đúng.

## **⮲Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 25.** **[MĐ3]** Cho hình lập phương . Gọi lần lượt là trung điểm của  và . Gọi  là góc giữa hai vectơ  và . Số đo của góc  bằng bao nhiêu độ?

**Lời giải**

****

**Trả lời: **

(*Hinh 5*). Vì  nên .

Tam giác  là tam giác đều vì  ' là hình lập phương.

Suy ra .

Vậy .

**Câu 26.** **[MĐ3]** Cho hình lâp phương  có cạnh bằng . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và . Tích vô hướng  (  là số thập phân). Giá trị của  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Trả lời: **

(*Hinh 5*). Vì  nên .

Ta có: . Suy ra



.

Vậy .

**Câu 27.** **[MĐ3]** Trong không gian cho tam giác có . Số đo của góc  bằng bao nhiêu độ?

**Lời giải**

**Trả lời:** 

Ta có: . Suy ra





Suy ra góc .

**Câu 28.** **[MĐ3]** Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí  cách vị trí điều khiển  về phía nam và  về phía đông, đồng thời cách mặt đất . Flycam II ở vị trí  cách vị trí điều khiển  về phía bắc và  về phía tây, đồng thời cách mặt đất . Chọn hệ trục toạ độ với gốc  là vị trí người điều khiển, mặt phẳng  trùng với mặt đất, trục có hướng trùng với hướng nam, trục trùng với hướng đông, trục vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét ( làm tròn đến hàng đơn vị )?

**Lời giải**

**Trả lời: **

Ta có: Vị trí có tọa độ lần lượt là: . Suy ra khoảng cách giữa hai flycam đó bằng:



**Câu 29: [MĐ2]** Trong không gian , cho hai mặt phẳng  và . Góc giữa hai mặt phẳng  bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải**

**Trả lời: 67**

Hai mặt phẳng và  lần lượt có vectơ pháp tuyến là  và 

Ta có:.

Suy ra .

**Câu 30: [MĐ2]** Trong không gian , cho hai đường thẳng  và . Góc giữa hai đường thẳng  bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải**

**Trả lời: 82**

Hai đường thẳng  và  lần lượt có vectơ chỉ phương là  và.

Тa có:.

Suy ra.

**Câu 31: [MĐ2]** Trong không gian , cho đường thẳng  và mặt phẳng . Góc giữa đường thẳng  và mặt phẳng  bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải**

**Trả lời: 21**

Đường thẳng  có một vectơ chỉ phương là  và mặt phẳng  có một vectơ pháp tuyến là .

Ta có:.

Suy ra .

**Câu 32: [MĐ2]** Trong không gian , cho tứ diện  có , ,  và . Khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

**Trả lời: 2**

Ta có:  nên  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Vậy phương trình mặt phẳng  là:.

Khi đó, khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  bằng: .

**Câu 33: [MĐ3]** Khi gắn hệ tọa độ  (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nên nhà thuộc mặt phẳng , ngươi ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí  ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ ,  và . Góc giữa mái nhà bên phải và nên nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải**

**Trả lời: 27**

Mặt phẳng  và  có vectơ pháp tuyến lần lượt là:,.

Từ đó, góc có  giữa mái nhà bên phải và nền nhà có.

Suy ra .

**Câu 34: [MĐ3]** Khi gắn hệ tọa độ  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  đến vị trí . Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng  và sân bay (một phần của mặt phẳng ) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Lời giải**

**Trả lời: 15**

Đường thẳng  có vectơ chỉ phương là , mặt phẳng  có vectơ pháp tuyến là .

Từ đó, góc  giữa đường bay (một phần của đường thẳng ) và sân bay (một phần của mặt phẳng có .

Suy ra.

**Câu 35: [MĐ3]** Khi gắn hệ tọa độ  (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng  trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí  đến vị trí  và hạ cánh tại vị trí . Giá trị của  bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

**Lời giải**

**Trả lời: 42,5**

Phương trình đường thẳng  là:.

Vì thuộc  nên tồn tại số thực  sao cho.

Ngoài ra, thuộc mặt phẳng  nên . Suy ra .

Vậy.